

جامعة البعث	مقرر تمثيلات الزمر والجبر	المدة: ساعتان
كلية العلوم	المادة الرابعة رياضيات (جبر)	الدرجة: ١٠٠
قسم الرياضيات	الفصل الأول للعام ٢٠١٧ - ٢٠١٨	اسم الطالب:

المسألة الأولى: لنكن G زمرة والمطلوب:

- ١ - أثبت أنه لياً كل $g \in G$ فإن العلاقة $T_g: G \rightarrow G$ المعرفة بالشكل الآتي: لياً كل $x \in G$ ، فإن $T_g(x) = x$ ، هي تطبيق متباين وغامر.
- ٢ - أثبت أن المجموعة $\bar{G} = \{T_g: \forall g \in G\}$ هي زمرة بالنسبة لعملية تركيب التطبيقات.
- ٣ - أثبت أن $G \cong \bar{G}$.
- ٤ - إذا كانت الزمرة G منتهية، أثبت أن G تمثّل تمثلاً.

المسألة الثانية: لنكن G زمرة و S مجموعة غير خالية و F حقلاً والمطلوب:

- ١ - أثبت أن كل تأثير للزمرة G يعرف تمثلاً للزمرة G من خلال زمرة التباديل للمجموعة S .
- ٢ - افترض أن الزمرة G منتهية مرتبتها n ، وافترض أن $\{f: G \rightarrow F \text{ تطبيق}\} = F(G)$ الفضاء المتجهي فوق F ذو البعد n . أثبت أن العلاقة $\rho: G \rightarrow GL_n(F(G))$ المعرفة بالشكل الآتي: $\rho(g)(f)(x) = f(g^{-1}x)$ لياً كل $g \in G, f \in F(G), x \in G$ ، هي تمثيل للزمرة G .

المسألة الثالثة:

- ١ - ليكن $\rho: G \rightarrow GL_n(V)$ تمثلاً للزمرة G ، عرف الـ G -تطبيق ثم أثبت أنه إذا كان $f, g \in \text{End}_n(V)$ كل منهما هو G -تطبيق فإن $f + g$ هو أيضاً G -تطبيق.
- ٢ - ليكن $\rho: G \rightarrow GL_n(V)$ و $\rho': G \rightarrow GL_n(V')$ تمثيلين أوليين للزمرة G فوق F بعد كل منهما أكبر لو يساوي الواحد، و $T: V \rightarrow V'$ هو G -تطبيق، أثبت أنه إذا $T = 0$ أو أن T تماثل.

المسألة الرابعة:

- ليكن F فضاء متجهياً فوق الحقل F بعد n وقاعدته المجموعة $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$. أثبت أنه لأجل كل $1 \leq j \leq n$ فإن العلاقة $e_j^*: V \rightarrow F$ المعرفة بالشكل الآتي:

$$e_j^*(e_i) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

هي تطبيق خطي. ثم أثبت أن المجموعة $\{e_1^*, e_2^*, \dots, e_n^*\} \subset V^*$ تشكل قاعدة للفضاء V^* فوق F .

حسب في ٤ / ٢ / ٢٠١٨ م.

النهضة الأسبوعية

د. حمزة حاكمي

الموقع مصر ممثلاً
في جامعة رياضيات
القاهرة

[illegible][illegible][illegible][illegible]

